První zápočtová písemná práce

Varianta A

1. Vypočítejte amplitudové spektrum periodického rádiového impulsu $s(t) = A.\cos(\omega_0.t)$ o délce $\langle -\frac{T_1}{2}; \frac{T_1}{2} \rangle$. Nakreslete průběh. $T = 5.T_1$

Periodický signál ⇒ **Fourierova řada**.

Signál je osově souměrný podle osy y (je sudý), koeficienty $b_n = 0$.

$$a_n = \frac{2}{T}.\int_{-\frac{T_1}{2}}^{\frac{T_1}{2}} A.\cos(\omega_0.t).\cos(n.\omega.t).dt =$$

$$= \frac{4}{T}.A.\int_{0}^{\frac{T_1}{2}} \frac{1}{2}.[\cos(\omega_0.t + n.\omega.t) + \cos(\omega_0.t - n.\omega.t)].dt =$$

$$= \frac{2}{T}.A.\int_{0}^{\frac{T_1}{2}} \{\cos[(\omega_0 + n.\omega).t] + \cos[(\omega_0 - n.\omega].t\}.dt =$$

$$= \frac{2}{T}.A.\left\{\left[\frac{\sin[(\omega_0 + n.\omega).t]}{\omega_0 + n.\omega}\right]_0^{\frac{T_1}{2}} + \left[\frac{\sin[(\omega_0 - n.\omega).t]}{\omega_0 - n.\omega}\right]_0^{\frac{T_1}{2}}\right\} =$$

$$= \frac{2}{T}.A.\left\{\frac{\sin\left[(\omega_0 + n.\omega).\frac{T1}{2}\right]}{\omega_0 + n.\omega} + \frac{\sin\left[(\omega_0 - n.\omega).\frac{T_1}{2}\right]}{\omega_0 - n.\omega}\right\} =$$

$$= \frac{T_1}{T}.A.\left\{\frac{\sin\left[(\omega_0 + n.\omega).\frac{T1}{2}\right]}{(\omega_0 + n.\omega).\frac{T_1}{2}} + \frac{\sin\left[(\omega_0 - n.\omega).\frac{T_1}{2}\right]}{(\omega_0 - n.\omega).\frac{T_1}{2}}\right\}$$

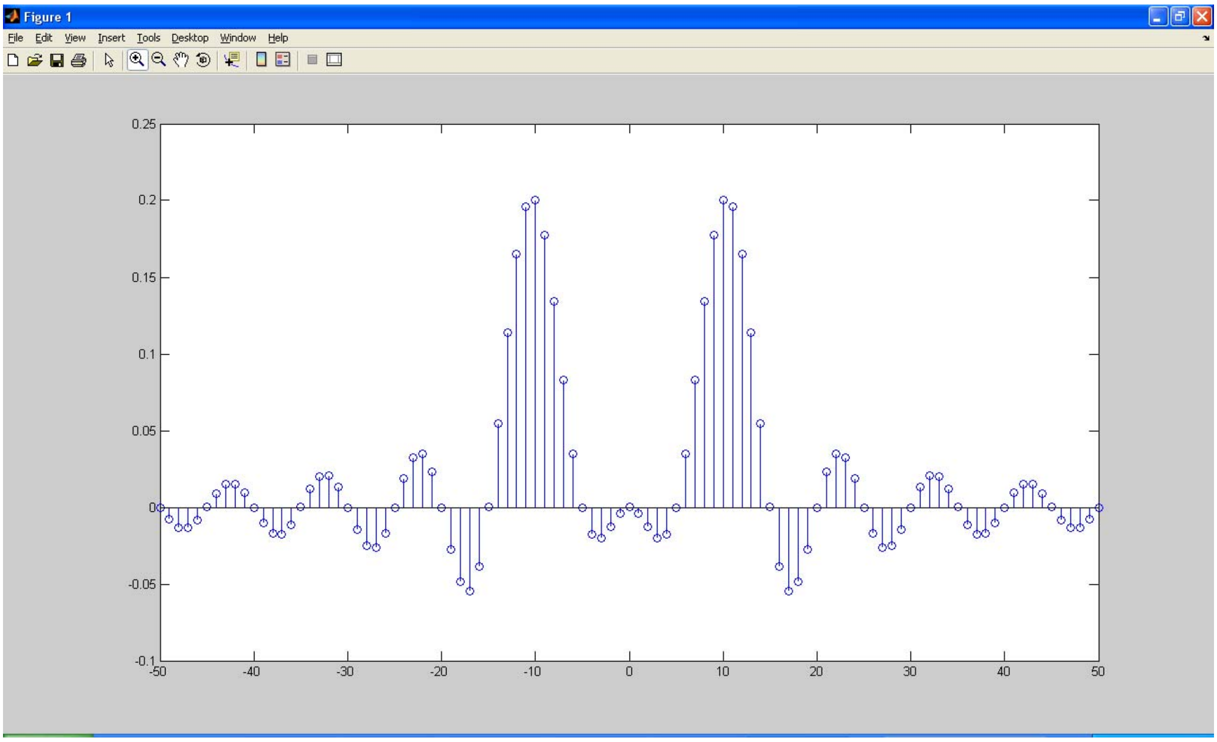

Figure 1
File Edit View Insert Tools Desktop Window Help
0.25
0.2
0.15
0.1
0.05
0
-0.05
-0.1
-50
-40
-30
-20
-10
0
10
20
30
40
50

2. Nakreslete amplitudové spektrum nepravidelného obdélníkového průběhu o amplitudě A a délce $\langle -\frac{T_1}{2}; \frac{T_1}{2} \rangle$.

Neperiodický průběh ⇒ **Fourierova transformace**.

$$S(\omega) = \int_{-\frac{T_1}{2}}^{\frac{T_1}{2}} A.e^{-j.\omega.t}.dt = A.\int_{-\frac{T_1}{2}}^{\frac{T_1}{2}} e^{-j.\omega.t}.dt = A.\frac{1}{-j.\omega}.\left[e^{-j.\omega.t}\right]_{-\frac{T_1}{2}}^{\frac{T_1}{2}} = -\frac{A}{j.\omega}.\left(e^{-j.\omega.\frac{T_1}{2}} - e^{j.\omega.\frac{T_1}{2}}\right) =$$

$$= A.\frac{e^{j.\omega.\frac{T_1}{2}} - e^{-j.\omega.\frac{T_1}{2}}}{j.\omega} = 2.A.\underbrace{\frac{e^{j.\omega.\frac{T_1}{2}} - e^{-j.\omega.\frac{T_1}{2}}}{2.j}}_{\sin\left(\omega.\frac{T_1}{2}\right)}.\frac{1}{\omega} = T_1.A.\frac{\sin\left(\omega.\frac{T_1}{2}\right)}{\omega.\frac{T_1}{2}}$$